



CODE:- AG-TS-3-9999

पञ्जियन क्रमांक

REGNO:-TMC -D/79/89/36

General Instructions :-

- All question are compulsory.
The question paper consists of 29 questions divided into three sections A,B and C. Section – A comprises of 10 question of 1 mark each. Section – B comprises of 12 questions of 4 marks each and Section – C comprises of 7 questions of 6 marks each .
- There is no overall choice. However, internal choice has been provided in 4 question of four marks and 2 questions of six marks each. You have to attempt only one If the alternatives in all such questions.
- Use of calculator is not permitted.
- Please check that this question paper contains 4 printed pages.
- Code number given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.

सामान्य निर्देश :-

- सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
- इस प्रश्न पत्र में 29 प्रश्न है, जो 3 खण्डों में अ, ब, व स है। खण्ड – अ में 10 प्रश्न हैं और प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है। खण्ड – ब में 12 प्रश्न हैं और प्रत्येक प्रश्न 4 अंको के हैं। खण्ड – स में 7 प्रश्न हैं और प्रत्येक प्रश्न 6 अंको का है।
- इसमें कोई भी सर्वोपरि विकल्प नहीं है, लेकिन आंतरिक विकल्प 4 प्रश्न 4 अंको में और 2 प्रश्न 6 अंको में दिए गए हैं। आप दिए गए विकल्पों में से एक विकल्प का चयन करें।
- कैलकुलेटर का प्रयोग वर्जित हैं ।
- कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ 4 हैं।

Time : 3 Hours

अधिकतम समय : 3

Maximum Marks : 100

अधिकतम अंक : 100

Total No. Of Pages :4

कुल पृष्ठों की संख्या : 4

CLASS – XII

CBSE

MATHEMATICS

PRE-BOARD EXAMINATION 2013 -14

SECTION A

Q.1	Find λ, μ if $(2i + 26j + 27k) \times (i + \lambda j + \mu k) = 0$. Ans $\lambda = 3$ & $\mu = \frac{27}{2}$ λ, μ ज्ञात कीजिए यदि $(2i + 26j + 27k) \times (i + \lambda j + \mu k) = 0$.
Q.2	$A = (a_{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -5 \\ 1 & 4 & 9 \\ 0 & 7 & -2 \end{pmatrix}$ and $B = (b_{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -3 & 4 & 4 \\ 1 & 5 & 2 \end{pmatrix}$ then find $A_{22} + B_{21}$ where A_{22} & B_{21} denote the cofactor of matrix A and B. Ans $A_{22} = \begin{vmatrix} 2 & -5 \\ 0 & -2 \end{vmatrix} = -4$ & $B_{21} = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 5 & 2 \end{vmatrix} = 7$ $\therefore A_{22} + B_{21} = 3$ यदि $A = (a_{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -5 \\ 1 & 4 & 9 \\ 0 & 7 & -2 \end{pmatrix}$ तथा $B = (b_{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -3 & 4 & 4 \\ 1 & 5 & 2 \end{pmatrix}$ तो $a_{22} + b_{21}$ ज्ञात कीजिए
Q.3	Evaluate: को हल कीजिए। $\int \frac{(1 + \cos 4x)}{(\cot x - \tan x)} dx$. Ans $I = \int \frac{2 \cos^2 2x}{\cos^2 x - \sin^2 x} \cdot \sin x \cdot \cos x \, dx = \int 2 \cos 2x \frac{1}{2} \sin 2x \, dx$ $= \frac{1}{2} \int \sin 4x \, dx = -\frac{1}{8} \cos 4x + c$.
Q.4	A is a matrix of order 3×3 . Comment upon the statement, with reasons $ 3A = 9 A $. Ans statement is wrong एक 3×3 कोटि के आव्यूह की विवेचना कथन $ 3A = 9 A $ के साथ कीजिए।
Q.5	If $\vec{a} = i + j + k, \vec{b} = 4i - 2j + 3k$ and $\vec{c} = \hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$, find a vector of magnitude 6 units which is parallel

	<p>to the vector $2\vec{a} - \vec{b} + 3\vec{c}$. Ans $i - 2j + 2k$ & Required vector whose magnitude is 6 unit =</p> $= 6 \times \left(\frac{i - 2j + k}{3} \right) = 2i - 4j + 4k$ <p>यदि $\vec{a} = i + j + k$, $\vec{b} = 4i - 2j + 3k$ तथा $\vec{c} = \hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$, है, तो सदिश $2\vec{a} - \vec{b} + 3\vec{c}$ से समांतर 6 इकाई परिमाण का एक सदिश ज्ञात कीजिए।</p>
Q.6	<p>The probability that A hits a target is $\frac{1}{3}$ and the probability that B hits it is $\frac{2}{5}$. If each one of A and B shoots at the target, what is the probability that the target is hit? Ans Required probability = at least one of them hit the target = $1 - \text{none of them hit} = 1 - p(x=0) = \frac{3}{5}$</p> <p>A के लक्ष्यभेदन की प्रायिकता $\frac{1}{3}$ तथा B के लक्ष्यभेदन की प्रायिकता $\frac{2}{5}$ है। यदि A और B दोनों लक्ष्यभेदन का प्रयास करें, तो प्रायिकता क्या है कि लक्ष्यभेदन हो जाए? तथा</p>
Q.7	<p>Let set A = {3, 5, 6} and set B = {1, 4}. A relation R from set A to set B is defined as R = {(a,b) ∈ A×B: a-b is an even number}. List the elements of relation R. Ans {(3,1), (5,1), (6,4)}</p> <p>यदि समुच्चय A = {3, 5, 6} और समुच्चय B = {1, 4} में संबंध R इस प्रकार परिभाषित है कि समुच्चय R = {(a,b) ∈ A×B: a-b एक समसंख्या है}, तो सम्बन्ध R के सभी अवयव ज्ञात कीजिए।</p>
Q.8	<p>If $f(x) = x^2 + 1$, then $f^{-1}(17)$. यदि $f(x) = x^2 + 1$, तब $f^{-1}(17)$ Ans ± 4</p>
Q.9	<p>Find the angle between the line $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{2}$ and the plane $3x+4y+z+5=0$. Ans $\sin^{-1}\left(\frac{7}{2\sqrt{91}}\right)$</p> <p>रेखा $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{2}$ और समतल $3x+4y+z+5=0$ के बीच का कोण ज्ञात कीजिए।</p>
Q.10	<p>If $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} + 3\vec{j} + 5\vec{k}$ and $\vec{c} = 7\vec{i} + 9\vec{j} + 11\vec{k}$, then find the area of the parallelogram having diagonals $\vec{a} + \vec{b}$ and $\vec{b} + \vec{c}$.</p> <p>यदि $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} + 3\vec{j} + 5\vec{k}$ तथा $\vec{c} = 7\vec{i} + 9\vec{j} + 11\vec{k}$ हों, तो विकर्ण $\vec{a} + \vec{b}$ तथा $\vec{b} + \vec{c}$ वाले समान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल है Ans $P \times Q = -8c + 16j - 8k \therefore A = \frac{1}{2} P \times Q = \frac{1}{2} \sqrt{384}$</p>
SECTION B	
Q.11	<p>Prove that: सिद्ध कीजिए कि: $\int \frac{dx}{2 \sin x + \sec x}$. Ans Let I</p> $= \int \frac{dx}{2 \sin x + \sec x} = \int \frac{\cos x dx}{\sin 2x + 1} = \frac{1}{2} \int \frac{\cos x + \sin x + \cos x - \sin x}{\sin 2x + 1} dx = \frac{1}{2} \int \frac{\cos x + \sin x}{1 + \sin 2x} dx + \frac{1}{2} \int \frac{\cos x - \sin x}{1 + \sin 2x} dx$ $= \frac{1}{2} \int \frac{\cos x + \sin x}{1 + 1 - (\sin x - \cos x)^2} dx + \frac{1}{2} \int \frac{\cos x - \sin x}{(\sin x + \cos x)^2} dx$ <p>Let $u = \sin x - \cos x$ and $v = \sin x + \cos x$.</p> $\text{Then } I = \frac{1}{2} \int \frac{du}{2 - u^2} + \frac{1}{2} \int \frac{dv}{v^2} = \frac{1}{4\sqrt{2}} \ln \left \frac{\sqrt{2} - u}{\sqrt{2} + u} \right - \frac{1}{2v} + c = \frac{1}{4\sqrt{2}} \ln \left \frac{\sqrt{2} - \sin x + \cos x}{\sqrt{2} + \sin x - \cos x} \right - \frac{1}{2(\sin x + \cos x)} + c$
Q.12	<p>Differentiate $\tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{1+x^2} - \sqrt{1-x^2}}{\sqrt{1+x^2} + \sqrt{1-x^2}}\right)$ with respect to $\sin^{-1}\left(\frac{2x}{1+x^2}\right)$. Ans $\frac{x}{2} \sqrt{\frac{1+x^2}{1-x^2}}$</p> <p>$\tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{1+x^2} - \sqrt{1-x^2}}{\sqrt{1+x^2} + \sqrt{1-x^2}}\right)$ का $\sin^{-1}\left(\frac{2x}{1+x^2}\right)$ के सापेक्ष अवकलन कीजिए।</p>
Q.13	<p>Find the particular solution of the differential equation $(1 + y^2)dx + (x - e^{\tan^{-1}y})dy = 0$, $y(0) = 0$.</p> <p>Ans: $\frac{dx}{dy} + \frac{x}{1+y^2} = \frac{e^{\tan^{-1}y}}{1+y^2}$; IF = $e^{\tan^{-1}y}$; sol: $xe^{\tan^{-1}y} = \frac{1}{2} e^{2\tan^{-1}y} + c \Rightarrow c = -\frac{1}{2} \therefore xe^{\tan^{-1}y} = \frac{1}{2} e^{2\tan^{-1}y} - \frac{1}{2}$</p>

	अवकल समीकरण $(1 + y^2)dx + (x - e^{\tan^{-1}y})dy, y(0) = 0$ का हल ज्ञात कीजिए।
Q.14	Find the equation of the plane passing through the point $(-1, -1, 2)$ and perpendicular to the planes $3x + 2y - 3z = 1$ and $5x - 4y + z = 5$. बिंदु $(-1, -1, 2)$ से होकर जाने वाले तथा समतलों $3x + 2y - 3z = 1$ तथा $5x - 4y + z = 5$ पर लंब समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए। Ans : $\frac{a}{5} = \frac{b}{9} = \frac{c}{11}$ plane $5x + 9y + 11z = 8$ or अथवा Find the equation of the plane passing through the points $(3, -1, 2)$ and $(0, 0, 0)$ and parallel to the line $\frac{x-4}{1} = \frac{y+3}{-4} = \frac{z+1}{7}$. Ans : $\frac{a}{1} = \frac{b}{-19} = \frac{c}{-11}$ plane : $x - 19y - 11z = 0$ उस तल का समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिन्दुओं $(3, -1, 2)$ और $(0, 0, 0)$ से होकर जाता है तथा सरल रेखा $\frac{x-4}{1} = \frac{y+3}{-4} = \frac{z+1}{7}$ के समान्तर है।
Q.15	Show that $y = \cos(\cos x)$ is a solution of the differential equation $\frac{d^2y}{dx^2} - \cot x \frac{dy}{dx} + y \sin^2 x = 0$. सिद्ध कीजिए कि $y = \cos(\cos x)$ का अवकल समीकरण $\frac{d^2y}{dx^2} - \cot x \frac{dy}{dx} + y \sin^2 x = 0$ है।
Q.16	The length x of a rectangle is decreasing at the rate of 5 cm/minute and the width y is increasing at the rate of 4 cm/minute. When $x = 8$ cm and $y = 6$ cm, find the rate of change of (a) the perimeter, (b) the area of the rectangle. Ans (i) -2 cm / minute (ii) $2\text{cm}^2 / \text{minute}$ एक आयत की लंबाई x , 5 सेमी/मिनट की दर से घट रही है और चौड़ाई y , 4 सेमी/मिनट की दर से बढ़ रही है। जब $x = 8$ सेमी और $y = 6$ सेमी है, तब आयत के (अ) परिमाप, (ब) क्षेत्रफल के परिवर्तन की दर ज्ञात कीजिए।
Q.17	Using properties of determinants, prove : सारणिकों के गुण - धर्मों का प्रयोग करते हुए सिद्ध कीजिए कि : $\begin{vmatrix} -bc & b^2 + bc & c^2 + bc \\ a^2 + ac & -ac & c^2 + ac \\ a^2 + ab & b^2 + ab & -ab \end{vmatrix} = (bc + ca + ab)^3$
Q.18	Prove the following : निम्न को सिद्ध कीजिए : $\cot^{-1}\left(\frac{\sqrt{1+\sin x} + \sqrt{1-\sin x}}{\sqrt{1+\sin x} - \sqrt{1-\sin x}}\right) = \frac{x}{2}, x \in \left(0, \frac{\pi}{4}\right)$ or अथवा Solve for x : Solve for x : x के लिए हल कीजिए : $\tan^{-1}\frac{1}{4} + 2 \tan^{-1}\frac{1}{5} + \tan^{-1}\frac{1}{6} + \tan^{-1}\frac{1}{x} = \frac{\pi}{4}$. Ans $-\frac{461}{9}$
Q.19	If $x = a(\theta - \sin \theta)$ & $y = a(1 - \cos \theta)$ find $\frac{d^2y}{dx^2}$ at $\theta = \frac{\pi}{2}$. Ans $\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{1}{2} \text{cosec}^2 \frac{\theta}{2} \times \frac{d\theta}{dx} = -\frac{1}{2} \text{cosec}^2 \frac{\theta}{2} \times \frac{1}{a \sin \theta} \Rightarrow \left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)_{\theta=\pi/2} = -\frac{1}{a}$
Q.20	The scalar product of the vector $\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ with the unit vector along the sum of vectors $2\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k}$ and $\lambda\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ is equal to one. Find the value of λ . Ans $\lambda=1$ सदिशों $2\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k}$ तथा $\lambda\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ के योगफल की दिशा में मात्रक सदिश से सदिश $\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ का अदिश गुणनफल 1 है। λ का मान ज्ञात कीजिए।
Q.21	Evaluate : मान ज्ञात कीजिए $\int \frac{\tan x + \tan^3 x}{1 + \tan^3 x} dx$. Ans $-\frac{1}{3} \log(1 + \tan x) + \frac{1}{6} \log(\tan^2 x - \tan x + 1) + \frac{1}{\sqrt{3}} \tan^{-1}\left(\frac{2 \tan x - 1}{\sqrt{3}}\right)$ or अथवा

	Evaluate : मान ज्ञात कीजिए $\int \frac{(x^2 + 1)(x^2 + 4)}{(x^2 + 3)(x^2 - 5)} dx$. Ans $x + \frac{1}{4\sqrt{3}} \tan^{-1}\left(\frac{x}{\sqrt{3}}\right) + \frac{27}{8\sqrt{5}} \log\left(\frac{x - \sqrt{5}}{x + \sqrt{5}}\right)$
Q.22	<p>Bag A contains 4 red and 5 black balls, while bag B has 3 red and 7 black balls. One ball is drawn from bag A and two from bag B. Find the probability that out of the three balls drawn, two are red and one is black. थैला A में 4 लाल तथा 5 काली गेंदे हैं जबकि थैला B में 3 लाल तथा 7 काली गेंदे हैं। थैला A से एक गेंद तथा थैला B से 2 गेंदे निकाली जाती है। तीन गेंदों में से दो लाल तथा एक काली गेंद होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। Ans Required</p> <p>Probability = $\frac{{}^5C_1 \times {}^3C_2}{{}^9C_1 \times {}^{10}C_2} + \frac{{}^4C_1 \times {}^3C_1 \times {}^7C_1}{{}^9C_1 \times {}^{10}C_2} = \frac{30}{810} + \frac{168}{810} = \frac{198}{810} = \frac{11}{45}$</p> <p>or अथवा</p> <p>On a multiple choice examination with three possible answers (out of which only one is correct) for each of the five questions, what is the probability that a candidate would get four or more correct answers just by guessing? Ans: p=1/3 ; q=2/3 ; n=5 Required Probability = p(x = 4)+p(x=5) = 11/243</p> <p>एक बहु-विकल्पीय परीक्षा में पाँच प्रश्न हैं जिनमें प्रत्येक के तीन संभावित उत्तर हैं (जिनमें से केवल एक सही है)। इसकी क्या प्रायिकता है कि एक परीक्षार्थी केवल अनुमान लगाकर चार या अधिक प्रश्नों के सही उत्तर देगा?</p>
SECTION C	
Q.23	Evaluate : मान ज्ञात कीजिए $\int_0^{\pi} \frac{x}{a^2 \cos^2 x + b^2 \sin^2 x} dx$. Ans. $\frac{\pi^2}{2ab}$
Q.24	<p>If $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -3 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, find A^{-1} and use it to solve the system of equations: $x + 2y + z = 4$, $-x + y + z = 0$</p> <p>& $x - 3y + z = 2$. Ans $A^{-1} = \frac{1}{10} \begin{bmatrix} 4 & 2 & 2 \\ -5 & 0 & 5 \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix}$ & $\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9/5 \\ 2/5 \\ 7/5 \end{bmatrix}$</p> <p>यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -3 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ तो A^{-1} का मान ज्ञात कीजिए तथा इसका उपयोग समीकरण : $x + 2y + z = 4$, $-x + y + z = 0$ & $x - 3y + z = 2$ को हल करने में कीजिए।</p>
Q.25	<p>Find the area enclosed between the curves $y = \sin x$ and $y = \cos x$ that lies between the lines $x = 0$ and $x = \pi/2$. Ans $2(\sqrt{2}-1)$</p> <p style="text-align: center;">OR</p> <p>Find the area of smaller region bounded by the ellipse $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ and the straight line $\frac{x}{4} + \frac{y}{3} = 1$. Ans</p> <p>Area = $3\pi - 6$</p> <p>वक्र $y = \sin x$ तथा $y = \cos x$ के मध्य घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जो कि $x = 0$ तथा $x = \pi/2$ के मध्य स्थित है।</p> <p style="text-align: center;">या</p> <p>दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ तथा सरल रेखा $\frac{x}{4} + \frac{y}{3} = 1$ के बीच घिरे हुए न्यूनतम भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।</p>
Q.26	<p>An insurance company insured 2000 scooter drivers, 4000 car drivers and 6000 truck drivers. The probability of an accident involving a scooter, a car and a truck are 0.01, 0.03 and 0.15 respectively. One of the insured persons meets with an accident. What is the probability that he is a scooter driver.</p> <p>एक बीमा कम्पनी 2000 स्कूटर चालकों, 4000 कार चालकों तथा 6000 ट्रक चालकों का बीमा करती है। एक स्कूटर, कार तथा ट्रक के दुर्घटनाग्रस्त होने की प्रायिकताएं क्रमशः 0.01, 0.03 तथा 0.15 हैं। बीमाकृत व्यक्तियों (चालकों) में से एक दुर्घटनाग्रस्त हो जाता है। उस व्यक्ति के स्कूटर चालक होने की प्रायिकता क्या है? Ans. Required Probability = $\frac{\frac{1}{6} \times 0.01}{\frac{1}{6} \times 0.01 + \frac{1}{3} \times 0.03 + \frac{1}{2} \times 0.15} = \frac{1}{52}$</p>

<p>Q.27</p>	<p>Find the area of the greatest isosceles triangle that can be inscribed in a given ellipse having its vertex coinciding with one extremity of major axis. Ans $Area = \frac{3\sqrt{3}}{4} - ab, \theta = \pi/3$</p> <p>किसी समबाहु त्रिभुज का अधिकतम क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जो एक दिये दीर्घवृत्त के अंदर बना है। जिसका शीर्ष एक दीर्घअक्ष के सिरे पर है।</p> <p style="text-align: center;">or अथवा</p> <p>Show that the height of the cylinder of maximum volume that can be inscribed in a sphere of radius R is $\frac{2R}{\sqrt{3}}$. Also find the maximum volume.</p> <p>दर्शाए कि एक R त्रिज्या वाले गोले के अंतर्गत अधिकतम आयतन के बेलन की ऊँचाई $\frac{2R}{\sqrt{3}}$ है। अधिकतम आयतन भी ज्ञात कीजिए।</p>
<p>Q.28</p>	<p>Find the distance of the point P(6, 5, 9) from the plane determined by the points A (3, -1, 2), B(5, 2, 4) and C (-1, -1, 6). Ans: Equation of plane is $3x - 4y + 3z - 19 = 0$ & Distance = $\frac{6}{\sqrt{34}}$</p> <p>बिन्दु P(6, 5, 9) की बिन्दुओं A (3, -1, 2), B(5, 2, 4) तथा C (-1, -1, 6). के द्वारा निर्धारित समतल से दूरी ज्ञात कीजिए।</p>
<p>Q.29</p>	<p>An oil company requires 12,000; 20,000 and 15,000 barrels of high grade, medium grade and low grade oil respectively. Refinery A produces 100, 300 and 200 barrels per day of high, medium and low grade oil respectively whereas the Refinery B produces 200, 400 and 100 barrels per day respectively. If A costs ₹ 400 per day and B costs ₹ 300 per day to operate ,how many days should each be run to minimize cost while satisfying requirements .</p> <p>एक तेल कम्पनी को 12000, 20000 तथा 15000 बैरल तेल क्रमशः उच्च श्रेणी, मध्यम श्रेणी तथा निम्न श्रेणी का चाहिए। A रिफायनरी क्रमशः 100, 300 तथा 200 बैरल प्रतिदिन उच्च, मध्यम तथा निम्न श्रेणी का उत्पादन करती है तथा B रिफायनरी क्रमशः 200, 400 तथा 100 बैरल प्रतिदिन उत्पादन करती है। यदि A प्रतिदिन 400 रु तथा B प्रतिदिन 300 रु की कीमत आती है, तो बताइये कि आवश्यकता के अनुसार प्रत्येक को कीमत कम करने में कितने दिन लगेंगे? Ans</p> <p>$100x + 200y \geq 12000, 300x + 400y \geq 20000, 200x + 100y \geq 15000, x, y \geq 0$ A(120,0); B(60,30); C(0,150) $Z = 400x + 300y$ & Z is minimum at $x = 60$ & $y = 30$</p>
	<p>_____x_____</p>
	<p>A MAN WHO DOESN'T TRUST HIMSELF ; CAN NEVER TRULY TRUST ANYONE ELSE</p>